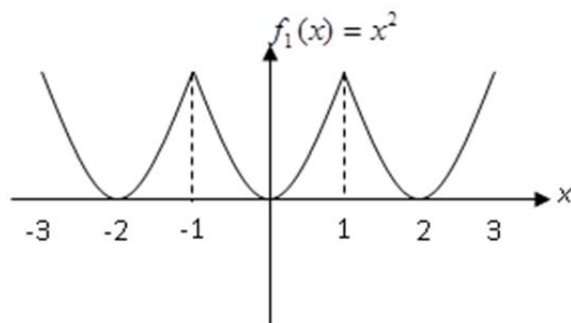


Homework 2014-05-08 工程數學(二) 2B 班 第二次個人作業

系級: _____ 學號: _____ 姓名: _____

如何用以下 Fourier 展開函數方式去求 $\sum \frac{1}{n^4}$ 

$$a_0 = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 x^2 dx = \frac{1}{3}$$

$$a_n = \int_{-1}^1 x^2 \cos(n\pi x) dx = \left(\frac{1}{n\pi}\right)^2 4 \cos(n\pi)$$

$$b_n = \int_{-1}^1 x^2 \sin(n\pi x) dx = 0$$

$$f_1(x) = \frac{1}{3} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{n^2 \pi^2} (-1)^n \cos(n\pi x)$$

方法一：

$$\text{用 } f_1(1) \text{ 算 } \sum \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$$

方法二：透過 Parseval's theorem

$$\text{算 } \frac{1}{2} \int_{-1}^1 x^4 dx = \frac{1}{9} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8}{n^4 \pi^4}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} = \frac{\pi^4}{90} \approx 1.08232$$

方法三：那我們可否靠積分兩次來算 $\sum \frac{1}{n^4} = ?$

方法四：陳聖匡想要在積分一次可行嗎？