

電腦在工程數學應用—作業四

HW1: Given $l = 5, c = 2$, plot $u(x, t)$ and $u'(x, t)$ in 3D and contour forms.

$$u(x, t) = \sin(t) + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{-2cl}{(c^2 n^2 \pi^2 - l^2)} \sin(n\pi ct/l) + \frac{2n\pi c^2}{(c^2 n^2 \pi^2 - l^2)} \sin(t) - \frac{2\sin(t)}{n\pi} \right) (1 - (-1)^n) \sin(n\pi x/l) \quad (1)$$

$$u'(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{-2cn\pi \sin(n\pi ct/l)}{(c^2 n^2 \pi^2 - l^2)} (1 - (-1)^n) + \frac{2(n\pi c)^2 \sin(t)}{l(c^2 n^2 \pi^2 - l^2)} (1 - (-1)^n) + \frac{2\sin(t)}{l} ((-1)^n - 1) \right] \cos(n\pi x/l) \quad (2)$$

HW2: Find

$$\lim_{y \rightarrow 0} \int_{-0.5l-x}^{0.5l-x} r^{2j} dv, j = 1, 2, 3, 4, 5, \dots \quad (3)$$

$$\lim_{y \rightarrow 0} \int_{-0.5l-x}^{0.5l-x} r^{2j} \ln(r) dv, j = 1, 2, 3, 4, 5, \dots \quad (4)$$

where $r^2 = v^2 + y^2$.

HW3: Find limit

$$\lim_{y \rightarrow 0} [\tan^{-1} \frac{y}{x-a} - \tan^{-1} \frac{y}{x+a}] = ? \quad (5)$$

HW4: 求如下複數運算

$$[(2+5i)^{12}]^{1/12} = ? \quad (6)$$

HW5: 求如下複數絕對值

$$| (1+i) | = ? \quad (7)$$

HW6: 求如下複數根

$$z^4 = i, \quad z = ? \quad (8)$$

HW7: 整理如下複數函數

$$\cos(x+iy) = ? \quad (9)$$

HW8: 複數函數對應圖 (z plane to w_1 plane)

$$w_1 = \frac{1-z}{1+z} \quad (10)$$

其中， $w_1 = u_1(x, y) + iv_1(x, y)$, $z = x + iy$, 在 (x, y) 平面的圓 $x^2 + y^2 = 1$ 與圓 $x^2 + y^2 = 2$ 投射到 (u_1, v_1) 平面上變成什麼圖？

HW9: 複數函數對應圖 (w_1 plane to w_2 plane)

$$w_2 = \ln(w_1) \quad (11)$$

其中， $w_2 = u_2 + iv_2$, $w_1 = u_1 + iv_1$, 在 (u_2, v_2) 平面的直線 $v_2 = \pi/2$ 與 $v_2 = -\pi/2$ 投射到 (u_1, v_1) 平面上變成什麼圖？