

SH 波入射时浅埋圆孔附近等腰三角形凸起地形的地震动

刘 刚^{1,2} 刘殿魁¹

(¹哈尔滨工程大学建筑工程学院, 哈尔滨, 150001) (²北京大学工学院力学与空天技术系, 北京, 100871)

摘 要 利用“契合”思想, 给出 SH 波作用下浅埋圆孔附近等腰三角形凸起地形表面地震动的解析解答. 首先将整个求解区域分割成两部分, 其一为半圆形弧底和等腰三角形组成的区域, 其余部分为区域. 在区域中构造一个满足等腰三角形两斜边上应力自由的驻波函数, 在区域中构造出半圆形凹陷和浅埋圆孔的散射波, 且要求其预先满足水平界面上应力为零的边界条件. 利用复平面下坐标移动, 利用“公共边界”的位移应力连续条件和浅埋孔洞内边界应力自由条件, 建立起求解该问题的无穷代数方程组, 并截断有限项进行求解. 最后给出算例及结果, 并进行了分析.

关键词 SH 波散射, 契合, 等腰三角形凸起, 移动坐标, 浅埋圆孔

0 引言

近 40 多年来, 关于 SH 波作用下凹陷或凸起地形及其附近浅埋孔洞对地震动的影响问题, 学者们已经积累了一定数量的研究成果. 主要分以下几个方面: 凹陷地形^[1-3]、圆弧形凸起地形^[4-5]、界面圆形孔洞^[6]、含孔半圆形凸起地^[7]、特殊地形^[8]、等腰三角形凸起地形^[9-10].

研究局部地形对地震动的影响, 是地震工程学研究的重要课题之一, 其研究方法有解析法与数值法两种. 利用解析法研究等腰三角形凸起地形的地震动问题始于文献[9], 而关于该问题正确的分析与讨论却是在文献[10]中完成, 得到了与数值解^[11]相一致的结果. 本文采用“契合”的思想^[4], 在文献[10]的基础上研究了 SH 波作用下浅埋圆孔对附近等腰三角形凸起地形地震动的影响.

1 理论基础

1.1 问题的表述

地下含有孔洞、地上有等腰三角形凸起的弹性半空间如图 1 所示. 水平地表记为 S , 三角形凸起顶点为 O_2 , 三角形两斜边记为 C , 浅埋孔洞记为 T , 孔洞圆心为 O_1 , 孔洞半径为 R_1 , 等腰三角形凸起的坡度为 $1:n$, 凸起高度为 d , 浅埋孔洞圆心距水平地表距离为 h . 由以上条件可知, 求解该问题对 SH 波散射, 就是要在水平地表 S 、凸起斜边 C 和地下孔洞

T 上给定应力自由的边界条件下来求解 SH 波的控制方程. 由于在 S 、 C 和 T 上分别要求 $\tau_{\theta\theta}$ 、 $\tau_{\theta z}$ 和 $\tau_{r_1 z}$ 分别为零, 该问题属于混合边值问题, 为此采用“分区”思想求解. 即将整个求解区域分割成两部分来处理, 如图 2 所示. 其一为包括 C 和 $\bar{S}$ 在内的区域, 余下部分为区域, 它包括了边界 S 、 $\bar{S}$ 和 T . $\bar{S}$ 为两个区域的“公共边界”, 应满足位移应力连续条件.

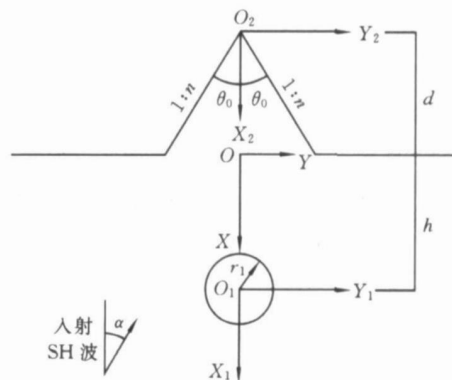


图 1 浅埋圆孔的等腰三角形凸起地形示意图

1.2 基本方程

入射 SH 波在 xy 平面内所激发的位移 (波函数) $W(x, y, t)$ 垂直于 xy 平面, 且与 z 轴无关. 对于稳态情况 (时间因子为 $e^{-i\omega t}$), 位移 $W(x, y, t)$ 要满

* 2005-10-08 收到第 1 稿, 2006-12-20 收到修改稿.

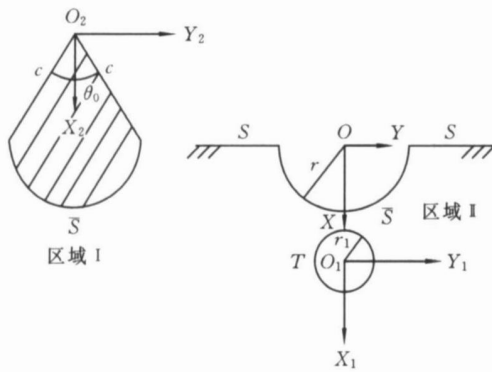


图 2 模型分区示意图

足的控制方程在复平面 ($z = x + iy, \bar{z} = x - iy$) 上可表示为

$$\frac{\partial^2 W}{\partial z \partial \bar{z}} + \frac{1}{4} k^2 W = 0 \quad (1)$$

其中 W 为位移函数, 位移函数与时间依赖关系为 $e^{-i\omega t}$ (以下略去时间因子 $e^{-i\omega t}$), $k = \omega/c_s$, ω 为位移 $W(x, y, t)$ 的圆频率; $c_s = \sqrt{\mu/\rho}$ 为介质的剪切波速, ρ, μ 分别为介质的密度和剪切模量. 在极坐标系中, 与位移函数 W 相对应的应力分量表达式为

$$\begin{cases} \tau_{rz} = \mu \left\{ \frac{\partial W}{\partial z} e^{-i\theta} + \frac{\partial W}{\partial \bar{z}} e^{-i\theta} \right\} \\ \tau_{\theta z} = i\mu \left\{ \frac{\partial W}{\partial z} e^{-i\theta} - \frac{\partial W}{\partial \bar{z}} e^{-i\theta} \right\} \end{cases} \quad (2)$$

1.3 辅助问题

在区域 I 内, 构造一个驻波解, 并使在圆弧线上位移、应力不受约束, 且满足如下边界条件

$$\tau_{\theta z}^D = \begin{cases} 0, & \theta_2 = +\theta_0 \\ 0, & \theta_2 = -\theta_0 \end{cases} \quad (3)$$

在复平面 ($Z_2, \bar{Z}_2$) 上, 满足方程 (1) 和边界条件 (3) 的驻波函数 W^D 应当写成^[10]

$$W^D(Z_2, \bar{Z}_2) = W_0 \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ D_m^{(1)} J_{2mp}(k|Z_2|) \left[\left(\frac{Z_2}{|Z_2|} \right)^{2mp} + \left(\frac{\bar{Z}_2}{|\bar{Z}_2|} \right)^{-2mp} \right] + D_m^{(2)} J_{(2m+1)p}(k|Z_2|) \left[\left(\frac{Z_2}{|Z_2|} \right)^{(2m+1)p} - \left(\frac{\bar{Z}_2}{|\bar{Z}_2|} \right)^{-(2m+1)p} \right] \right\}$$

其中, W_0 为驻波的最大幅值, $D_m^{(1)}, D_m^{(2)}$ 为待求常数; 且 $p = \pi/(2\theta_0)$; $J_{2mp}(\cdot), J_{(2m+1)p}(\cdot)$ 为 $2mp$ 和 $(2m+1)p$ 阶的 Bessel 函数.

在复平面 ($Z, \bar{Z}$) 上, 驻波函数可以写成

$$W^D(Z, \bar{Z}) = W_0 \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ D_m^{(1)} J_{2mp}(k|Z+d|) \cdot \right.$$

$$\left. \left[\left(\frac{Z+d}{|Z+d|} \right)^{2mp} + \left(\frac{\bar{Z}+d}{|\bar{Z}+d|} \right)^{-2mp} \right] + D_m^{(2)} J_{(2m+1)p}(k|Z+d|) \left[\left(\frac{Z+d}{|Z+d|} \right)^{(2m+1)p} - \left(\frac{\bar{Z}+d}{|\bar{Z}+d|} \right)^{-(2m+1)p} \right] \right\} \quad (4)$$

式 (4) 相应的应力表达式为

$$\tau_{rz}^D = \frac{\mu k W_0}{2} \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ D_m^{(1)} P_{2mp}(Z+d) + D_m^{(2)} U_{(2m+1)p}(Z+d) \right\} \quad (5)$$

其中

$$\begin{aligned} P_t(s) &= J_{t-1}(k|s|) \left[\frac{s}{|s|} \right]^{t-1} e^{i\theta} - J_{t+1}(k|s|) \left[\frac{s}{|s|} \right]^{-t-1} e^{i\theta} + \\ &J_{t-1}(k|s|) \left[\frac{s}{|s|} \right]^{1-t} e^{-i\theta} - J_{t+1}(k|s|) \left[\frac{s}{|s|} \right]^{t+1} e^{-i\theta} \\ U_t(s) &= J_{t-1}(k|s|) \left[\frac{s}{|s|} \right]^{t-1} e^{i\theta} + J_{t+1}(k|s|) \left[\frac{s}{|s|} \right]^{-t-1} e^{i\theta} - \\ &J_{t-1}(k|s|) \left[\frac{s}{|s|} \right]^{1-t} e^{-i\theta} - J_{t+1}(k|s|) \left[\frac{s}{|s|} \right]^{t+1} e^{-i\theta} \end{aligned}$$

1.4 辅助问题

在区域 II 中, 利用复坐标 ($Z_1, \bar{Z}_1$) 内求解一个散射波 $W^{(s)}$, 且要求它能满足半空间表面 S 上应力自由这一条件. 区域 II 中的散射波 $W^{(s)}$ 应由半圆形凹陷 $\bar{S}$ 和浅埋圆孔 T 的散射波 $W_{\bar{S}}^{(s)}$ 和 $W_T^{(s)}$ 组成, 且有

$$W^{(s)} = W_{\bar{S}}^{(s)} + W_T^{(s)} \quad (6)$$

由散射波的对称性和多极坐标方法可知 $W_{\bar{S}}^{(s)}$ 和 $W_T^{(s)}$ 分别为^[5]

$$W_{\bar{S}}^{(s)}(Z, \bar{Z}) = W_0 \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ A_m^{(1)} H_{2m}^{(1)}(k|Z|) \left[\left(\frac{Z}{|Z|} \right)^{2m} + \left(\frac{\bar{Z}}{|\bar{Z}|} \right)^{-2m} \right] + A_m^{(2)} H_{2m+1}^{(1)}(k|Z|) \left[\left(\frac{Z}{|Z|} \right)^{(2m+1)} - \left(\frac{\bar{Z}}{|\bar{Z}|} \right)^{-(2m+1)} \right] \right\} \quad (7)$$

$$W_T^{(s)}(Z, \bar{Z}) = W_0 \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left\{ B_m^{(1)} \left[H_{2m}^{(1)}(k|Z-h|) \cdot \left(\frac{Z-h}{|Z-h|} \right)^{2m} + H_{2m}^{(1)}(k|Z+\bar{h}|) \cdot \left(\frac{Z+\bar{h}}{|Z+\bar{h}|} \right)^{-2m} \right] + B_m^{(2)} \left[H_{2m+1}^{(1)}(k|Z-h|) \cdot \left(\frac{Z-h}{|Z-h|} \right)^{(2m+1)} - H_{2m+1}^{(1)}(k|Z+\bar{h}|) \cdot \left(\frac{Z+\bar{h}}{|Z+\bar{h}|} \right)^{-(2m+1)} \right] \right\} \quad (8)$$

其中, h 是以 O 为原点时 T 孔孔心 O_1 的复坐标, $\bar{h}$ 为其共轭. 将散射波函数 $W_{\bar{S}}^{(s)}$ 和 $W_T^{(s)}$ 代入公式 (2)

中求导, 所得到的 $\tau_{\theta Z, S}$ 和 $\tau_{\theta Z, T}$ 在水平边界 (即辐角 $\theta = \pi/2$) 处满足应力自由条件.

而在复平面 $(Z_1, \bar{Z}_1)$ 上, 散射波 $w_s^{(s)}$ 和 $w_T^{(s)}$ 又可以表示为

$$w_s^{(s)}(Z_1, \bar{Z}_1) = W_0 \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ A_m^{(1)} H_{2m}^{(1)}(k|Z_1 + h|) \cdot \left[\left(\frac{Z_1 + h}{|Z_1 + h|} \right)^{2m} + \left(\frac{Z_1 + h}{|Z_1 + h|} \right)^{-2m} \right] + A_m^{(2)} H_{2m+1}^{(1)}(k|Z_1 + h|) \left[\left(\frac{Z_1 + h}{|Z_1 + h|} \right)^{(2m+1)} - \left(\frac{Z_1 + h}{|Z_1 + h|} \right)^{-(2m+1)} \right] \right\} \quad (9)$$

$$w_T^{(s)}(Z_1, \bar{Z}_1) = W_0 \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left\{ B_m^{(1)} \left[H_{2m}^{(1)}(k|Z_1|) \cdot \left(\frac{Z_1}{|Z_1|} \right)^{2m} + H_{2m}^{(1)}(k|Z_1 + h'|) \left(\frac{Z_1 + h'}{|Z_1 + h'|} \right)^{-2m} \right] + B_m^{(2)} \left[H_{2m+1}^{(1)}(k|Z_1|) \left(\frac{Z_1}{|Z_1|} \right)^{(2m+1)} - H_{2m+1}^{(1)}(k|Z_1 + h'|) \left(\frac{Z_1 + h'}{|Z_1 + h'|} \right)^{-(2m+1)} \right] \right\} \quad (10)$$

其中, $h' = \bar{h} + h$.

在复平面 $(Z, \bar{Z})$ 中, 相应的应力可分别表示为

$$\tau_{rz, S}^{(s)}(Z, \bar{Z}) = \frac{\mu k W_0}{2} \sum_{m=0}^{\infty} [A_m^{(1)} Q_{2m}(Z) + A_m^{(2)} V_{2m+1}(Z)] \quad (11)$$

$$\tau_{rz, T}^{(s)}(Z, \bar{Z}) = \frac{\mu k W_0}{2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} [B_m^{(1)} R_{2m}^{(1)}(Z) + B_m^{(2)} S_{2m+1}^{(1)}(Z)] \quad (12)$$

其中

$$Q_t(s) = H_{t-1}^{(1)}(k|s|) \left[\frac{s}{|s|} \right]^{t-1} e^{i\theta} - H_{t+1}^{(1)}(k|s|) \cdot \left[\frac{s}{|s|} \right]^{-t-1} e^{i\theta} + H_{t-1}^{(1)}(k|s|) \left[\frac{s}{|s|} \right]^{1-t} e^{-i\theta} - H_{t+1}^{(1)}(k|s|) \left[\frac{s}{|s|} \right]^{t+1} e^{-i\theta}$$

$$V_t(s) = H_{t-1}^{(1)}(k|s|) \left[\frac{s}{|s|} \right]^{t-1} e^{i\theta} + H_{t+1}^{(1)}(k|s|) \cdot \left[\frac{s}{|s|} \right]^{-t-1} e^{i\theta} - H_{t-1}^{(1)}(k|s|) \left[\frac{s}{|s|} \right]^{1-t} e^{-i\theta} - H_{t+1}^{(1)}(k|s|) \left[\frac{s}{|s|} \right]^{t+1} e^{-i\theta}$$

$$R_t^{(1)}(Z) = H_{t-1}^{(1)}(k|Z-h|) \left[\frac{Z-h}{|Z-h|} \right]^{t-1} e^{i\theta} - H_{t+1}^{(1)}(k|Z+h|) \left[\frac{Z+h}{|Z+h|} \right]^{-t-1} e^{i\theta} + H_{t-1}^{(1)}(k|Z+h|) \cdot \left[\frac{Z+h}{|Z+h|} \right]^{t-1} e^{-i\theta} - H_{t+1}^{(1)}(k|Z-h|) \left[\frac{Z-h}{|Z-h|} \right]^{t+1} e^{-i\theta}$$

$$\left[\frac{Z+h}{|Z+h|} \right]^{1-t} e^{-i\theta} - H_{t+1}^{(1)}(k|Z-h|) \left[\frac{Z-h}{|Z-h|} \right]^{t+1} e^{-i\theta}$$

$$S_t^{(1)}(Z) = H_{t-1}^{(1)}(k|Z-h|) \left[\frac{Z-h}{|Z-h|} \right]^{t-1} e^{i\theta} + H_{t+1}^{(1)}(k|Z+h|) \left[\frac{Z+h}{|Z+h|} \right]^{-t-1} e^{i\theta} - H_{t-1}^{(1)}(k|Z+h|) \cdot \left[\frac{Z+h}{|Z+h|} \right]^{t-1} e^{-i\theta} - H_{t+1}^{(1)}(k|Z-h|) \left[\frac{Z-h}{|Z-h|} \right]^{t+1} e^{-i\theta}$$

而在复平面 $(Z_1, \bar{Z}_1)$ 上

$$\tau_{rz, S}^{(s)}(Z_1, \bar{Z}_1) = \frac{\mu k W_0}{2} \sum_{m=0}^{\infty} [A_m^{(1)} Q_{2m}(Z_1 + h) + A_m^{(2)} V_{2m+1}(Z_1 + h)] \quad (13)$$

$$\tau_{rz, T}^{(s)}(Z_1, \bar{Z}_1) = \frac{\mu k W_0}{2} \sum_{m=0}^{\infty} [B_m^{(1)} R_{2m}^{(2)}(Z_1) + B_m^{(2)} S_{2m+1}^{(2)}(Z_1)] \quad (14)$$

其中

$$R_t^{(2)}(Z) = H_{t-1}^{(1)}(k|Z_1|) \left[\frac{Z_1}{|Z_1|} \right]^{t-1} e^{i\theta} - H_{t+1}^{(1)}(k|Z_1 + h|) \left[\frac{Z_1 + h}{|Z_1 + h|} \right]^{-t-1} e^{i\theta} + H_{t-1}^{(1)}(k|Z_1 + h|) \cdot \left[\frac{Z_1 + h}{|Z_1 + h|} \right]^{t-1} e^{-i\theta} - H_{t+1}^{(1)}(k|Z_1|) \left[\frac{Z_1}{|Z_1|} \right]^{t+1} e^{-i\theta}$$

$$S_t^{(2)}(Z) = H_{t-1}^{(1)}(k|Z_1|) \left[\frac{Z_1}{|Z_1|} \right]^{t-1} e^{i\theta} + H_{t+1}^{(1)}(k|Z_1 + h|) \left[\frac{Z_1 + h}{|Z_1 + h|} \right]^{-t-1} e^{i\theta} - H_{t-1}^{(1)}(k|Z_1 + h|) \cdot \left[\frac{Z_1 + h}{|Z_1 + h|} \right]^{t-1} e^{-i\theta} - H_{t+1}^{(1)}(k|Z_1|) \left[\frac{Z_1}{|Z_1|} \right]^{t+1} e^{-i\theta}$$

1.5 入射波与反射波

如图 1 所示, SH 波入射角为 α , 在图示坐标系 XOY 中, 入射波和反射波函数分别为

$$W^{(i)} = W_0 e^{ik(y \sin \alpha - x \cos \alpha)}, \quad W^{(r)} = W_0 e^{ik(y \sin \alpha + x \cos \alpha)}$$

得^[12]

$$W^{(i)} = W_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-i)^n J_n(kr) \cdot e^{in\alpha} \cdot e^{i\theta} = W_0 \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n (-i)^n J_n(kr) \cdot \cos n(\theta + \alpha) \quad (15)$$

$$W^{(r)} = W_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} (i)^n J_n(kr) \cdot e^{-in\alpha} \cdot e^{i\theta} = W_0 \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n (i)^n J_n(kr) \cdot \cos n(\theta - \alpha) \quad (16)$$

其中, 当 $n=0$ 时 $\varepsilon_n = 1$, 当 $n > 0$ 时 $\varepsilon_n = 2$. 假设入射波最大波幅为 1, 并将 n 分成奇数和偶数两部分, 则入射总波场 (包括入射波和反射波) $w^{(i+r)}$ 可进一步表示为

$$\begin{aligned}
W^{(i+r)} &= \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n (-i)^n J_n(kr) \cdot \cos n(\theta + \alpha) + \\
&\sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_n (i)^n J_n(kr) \cdot \cos n(\theta - \alpha) = 2J_0(kr) + \\
&4 \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m J_{2m}(kr) \cdot \cos(2m\alpha) \cdot \cos(2m\theta) + \\
&4i \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m J_{2m+1}(kr) \cdot \sin[(2m+1)\alpha] \cdot \\
&\sin[(2m+1)\theta] \quad (17)
\end{aligned}$$

利用复坐标 \$(Z, \bar{Z})\$ 可表示为

$$\begin{aligned}
W^{(i+r)} &= \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m (-1)^m J_{2m}(k|Z|) \cdot \cos(2m\alpha) \cdot \\
&\left[\left(\frac{Z}{|Z|} \right)^{2m} + \left(\frac{\bar{Z}}{|Z|} \right)^{-2m} \right] + \sum_{m=0}^{\infty} 2 \cdot \\
&(-1)^m J_{2m+1}(k|Z|) \cdot \sin(2m+1)\alpha \cdot \\
&\left[\left(\frac{Z}{|Z|} \right)^{2m+1} - \left(\frac{\bar{Z}}{|Z|} \right)^{-(2m+1)} \right] \quad (18)
\end{aligned}$$

入射总波场 \$W^{(i+r)}\$ 满足水平边界自由条件,其相应的应力表达式,在复坐标系 \$(Z, \bar{Z})\$ 中为

$$\begin{aligned}
\tau_{rz}^{i+r} &= \frac{\mu k W_0}{2} \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m (-1)^m \cos(2m\alpha) \cdot P_{2m}(Z) + \\
&\frac{\mu k W_0}{2} \sum_{m=0}^{\infty} 2(-1)^m \sin(2m+1)\alpha \cdot U_{2m+1}(Z) \quad (19)
\end{aligned}$$

利用多极坐标,式(19)在复坐标系 \$(Z_1, \bar{Z}_1)\$ 中可相应表示为

$$\begin{aligned}
\tau_{r_1 z}^{i+r} &= \frac{\mu k W_0}{2} \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m (-1)^m \cos(2m\alpha) \cdot P_{2m}(Z_1 + h) + \\
&\frac{\mu k W_0}{2} \sum_{m=0}^{\infty} 2(-1)^m \sin(2m+1)\alpha \cdot U_{2m+1}(Z_1 + h) \quad (20)
\end{aligned}$$

2 边值条件及定解方程组

利用区域 \$\Omega\$ 和区域 \$\Omega'\$ 在公共边界满足位移应力连续,以及浅埋孔洞 \$T\$ 上应力自由的条件,则有

$$\begin{cases}
W^{(D)}(Z, \bar{Z}) - W_S^{(S)}(Z, \bar{Z}) - W_T^{(S)}(Z, \bar{Z}) \\
= W^{(i+r)}(Z, \bar{Z}), & \text{边界 } \bar{S} \\
\tau_{rz}^{(D)}(Z, \bar{Z}) - \tau_{rz,S}^{(S)}(Z, \bar{Z}) - \tau_{rz,T}^{(S)}(Z, \bar{Z}) \\
= \tau_{rz}^{(i+r)}(Z, \bar{Z}), & \text{边界 } \bar{S} \\
\tau_{r_1 z,S}^{(S)}(Z_1, \bar{Z}_1) + \tau_{r_1 z,T}^{(S)}(Z_1, \bar{Z}_1) + \tau_{r_1 z}^{(i+r)}(Z_1, \bar{Z}_1) \\
= 0, & \text{边界 } T
\end{cases} \quad (21)$$

进一步利用位移和应力表达式,对(21)式进行傅立叶展开并对奇数项和偶数项分离求解,可以得到系

数 \$A_m^{(1)}\$、\$A_m^{(B)}\$、\$B_m^{(1)}\$、\$B_m^{(2)}\$、\$D_m^{(1)}\$ 和 \$B_m^{(2)}\$ 的值.

3 地表位移幅值

研究等腰三角形凸起地形对 SH 波散射的影响,就要求给出界面上任意观察点上位移变化幅值与 SH 波的波数和入射角的关系.对稳态 SH 波而言,如果求得观察点的位移量就可以求解该点的加速度值,这对地震工程是至关重要的.

在区域 \$\Omega\$ 中总波场 \$W\$ 为驻波 \$W^D\$,即

$$W = W^D \quad (22)$$

而在区域 \$\Omega'\$ 中的总波场 \$W\$ 则可以写成

$$W^{(i)} = W^{(i+r)} + W_S^{(S)} + W_T^{(S)} \quad (23)$$

入射波波数可以表示为等腰三角形凸起底边 \$2r\$ 与入射波波长 \$\lambda\$ 之比,即

$$\eta = 2r/\lambda \quad (24)$$

4 算例与结果分析

假设浅埋圆孔埋深为 \$h\$,半径为 \$r_1\$,等腰三角形凸起地形坡度为 \$n\$,底边为 \$2r\$,则 \$|y/r| = \pm 1\$ 表示凸起地形与水平面相交处的几何位置,而 \$|y/r| < 1\$ 和 \$|y/r| > 1\$,则分别代表凸起地形表面和水平面上诸点的位置.

(1) 图 3 给出了具有不同波数的 SH 波,以不同的入射角 \$\alpha\$ 入射时,不同半径 \$r_1\$ 的浅埋孔洞附近坡度 \$n=1.732\$ 的等腰三角形凸起地形表面位移幅值 \$|W^{(i)}|\$ 的分布情况.图 3 表明,当 \$\eta=0.1\$,即代表了所研究的问题为准静态情况.当 \$\eta=0.25\$、\$0.75\$、\$1.25\$ 时,地表位移的变化逐渐显示出明显的动力学特征,随着 \$\eta\$ 的增加显现出振荡状况.除 \$\alpha=0\$ 的情况外,在自由表面的左半部分,即 \$|y/r| \leq 0\$ 部分, \$|W^{(i)}|\$ 变化激烈,而在右半部,即 \$|y/r| \geq 0\$ 部分上, \$|W^{(i)}|\$ 的变化要相对平缓.

(2) 图 4 给出了相同计算参数下,浅埋圆孔埋深 \$h/r=350\$ 时,三角形凸起地形表面位移与无孔三角形凸起表面位移^[10]的对比.图 4 表明,当孔洞埋深 \$h/r > 350\$ 时,其位移幅值变化规律与文献^[10]完全一致,浅埋孔洞对地表位移的影响可忽略不计.

(3) 图 5 给出了 \$r_1/r=0.1\$ 和 \$r_1/r=0.25\$ 两种浅埋圆孔附近的三角形凸起在 SH 波垂直入射、斜入射、水平入射,即 \$\alpha=0\$ 和 \$\alpha=90^\circ\$,两种情况下地表位移幅值 \$|W^{(i)}|\$ 随空间坐标与入射频率变化的三维图.并给出了位移幅值 \$|W^{(i)}|\$ 最大值出现的位置与频率,建立了地表位移幅值变化的立体形象.

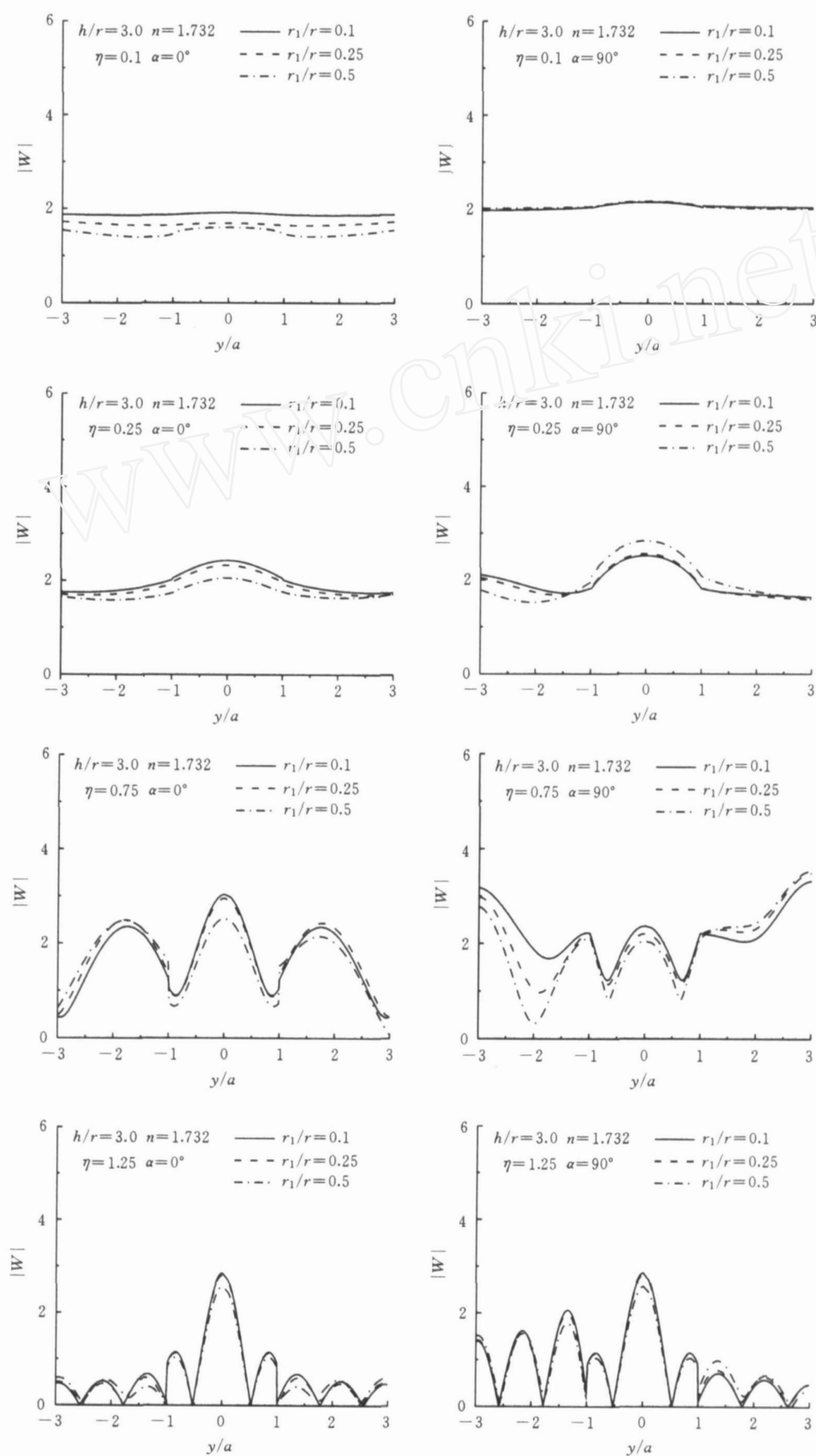


图3 地表位移幅值随入射波数和入射角的变化

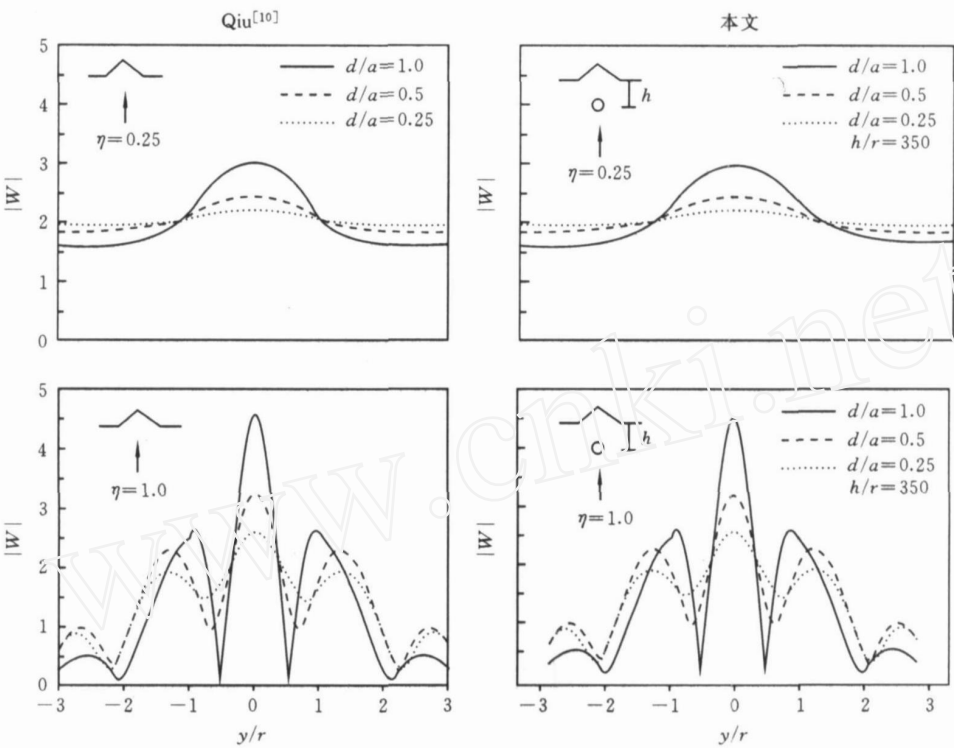


图 4 本文结果与 Qiu^[10]对比

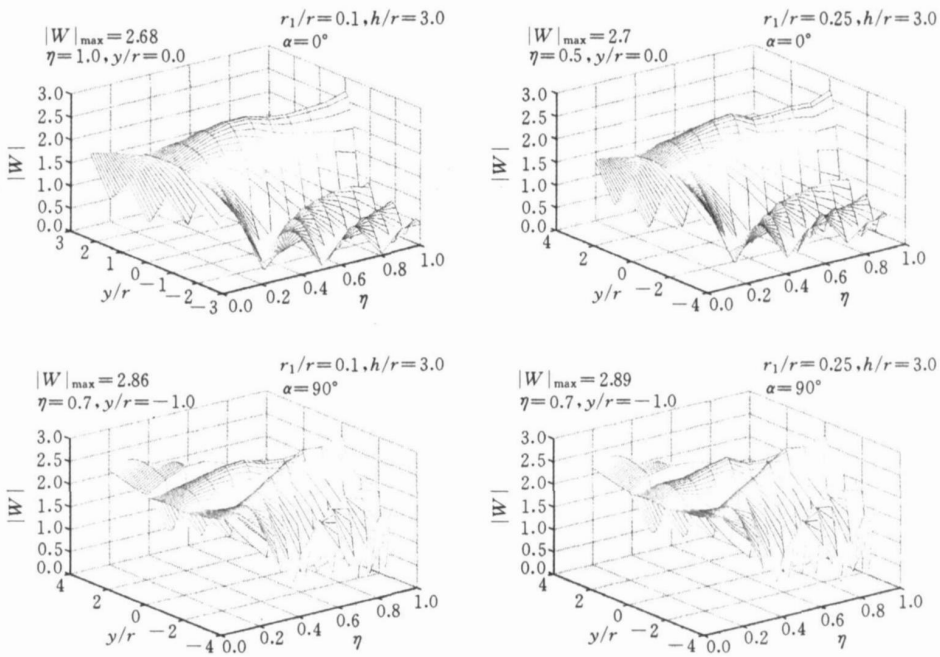


图 5 地表位移三维图

5 结论

由算例及分析,则有以下结论:

(1) 浅埋圆孔(例如 $h/r=3.0$)对凸起地形上的位移幅值有明显影响.对入射的 SH 波,在低频阶段 $\eta\pi < 0.6$,对位移具有放大作用,而对 $\eta\pi > 0.6$ 的频段,则具有明显的减震作用,且 r_1/r 值越大,减震作用越明显.

(2) 计算结果表明,当 $h/r \approx 50$ 以上时,凸起地

形顶点的位移反应谱已接近无孔情况. 当 $h/r > 350$ 时, 地表位移变化规律可完全恢复至无孔影响情况, 孔洞影响忽略不计.

(3) 分析方法讨论: 本文所论述的方法只适用于浅埋孔洞深度大于 $r_1 + r$ 的情况, 分析过程中的公共边界与浅埋圆孔边界 T 相近或相接触. 浅埋孔洞内含于区域 Ω 时, 本方法不能计算, 需另作研究.

参 考 文 献

- [1] Trifunac M D. Scattering of plane SH-waves by a semi-cylindrical canyon. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1973, 1: 267-281.
- [2] Liu D K, Han F. Scattering of plane SH-waves by cylindrical canyon of arbitrary shapes in anisotropic Media. *Acta Mechanica Sinica*, 1990, 6: 256-266.
- [3] Lee V W, Chen S, Hsu I R. Antiplane diffraction from canyon above subsurface unlined tunnel. *Journal of Engineering Mechanics*, 1999, 125: 668-674.
- [4] 袁晓铭, 廖振鹏. 任意圆弧形凸起地形对平面 SH 波的散射. *地震工程与工程振动*, 1996, 16: 1-13.
- [5] Liu D K, Wang G Q. Anti-plane SH-deformation of a semi-cylindrical hill above a subsurface cavity in half-space. *Acta Mechanica Sinica*, 2006, 38: 209-218.
- [6] 刘宏伟, 刘殿魁. 界面圆孔对 SH 波散射的远场解. *固体力学学报*, 1999, 20: 349-355.
- [7] 刘殿魁, 王国庆, 陈志刚. 含圆形孔洞的半圆形凸起对 SH 波的散射. *第四届全国工程结构安全防护学术交流论文集*, 2002: 114-121.
- [8] Nazaret D, Lee V W, Liang J W. Antiplane deformations around arbitrary-shaped canyons on a wedge-shape half space: moment method solutions. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2003, 2: 281-287.
- [9] Abdul Hayir, Maria I. Todorovska, Mihailo D. Trifunac. Antiplane response of a dike with flexible soil-structure interface to incident SH waves. *Soil Dynamics and Engineering*, 2001, 21: 603-613.
- [10] Qiu F Q, Liu D K. Antiplane response of isosceles triangular hill to incident SH waves. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2005, 4: 1-10.
- [11] Sanchez-Sesma F J, Herrera I, Aviles J. A boundary method for elastics wave diffraction application to scattering of SH waves by surface irregularities. *Bull Seism Soc Am*, 1982, 72: 473-490.
- [12] 王竹溪, 郭敦仁. 特殊函数概论 [M]. 北京: 科学出版社, 1979.
- [13] 鲍亦兴, 毛昭宙著. 弹性波的衍射与动应力集中 [M]. 刘殿魁, 苏先樾译. 北京: 科学出版社, 1993.

THE GROUND MOTION OF AN ISOSCELES TRIANGULAR HILL ABOVE A SUBSURFACE CAVITY WITH INCIDENT SH WAVES

Liu Gang^{1,2} Liu Diankui¹

(¹ Department of Civil Engineering, Harbin Engineering University, Harbin, 150001)

(² Department of Mechanics & Aerospace Engineering, College of Engineering, Peking University, Beijing, 100871)

Abstract In this paper, the ground motion of an isosceles triangular hill above a subsurface cavity with incident SH waves is studied based on 'conjunction'. The solution is divided into two domains, where domain I involves an isosceles triangular hill and a hemi-circular bottom, domain II is a half space with a hemi-circular canyon and a subsurface cavity. A standing wave function is constructed in domain I, which satisfies the zero-stress condition at the triangular wedges. In domain II, two scattering wave functions which satisfy the conditions of stress-free at the horizontal surface are constructed. By using moving coordinate method in complex plane, the conditions of displacement continuity and stress equilibrium at the interface of the two boundary as well as the stress free condition at the subsurface cavity edge are realized. The result is acquired by constructing a set of infinite linear algebraic equations. Finally, some conclusions are drawn by numerical analysis.

Key words scattering of SH-wave, assistant function, isosceles triangular hill, moving coordinate, subsurface cavity